

Trabajo Fin de Grado

Magisterio en Educación Primaria

Enseñanza de la geometría en Educación Primaria a
través del uso de juegos de mesa

Geometry teaching in Primary Education through
the use of board games

Autor

Álvaro Lanas Gregorio

Director

Víctor Manuel Manero García

FACULTAD DE EDUCACIÓN

2021

Índice

1. MARCO TEÓRICO	5
1.1. Marco teórico de los juegos	6
1.1.1. Definición de juego.....	6
1.1.2. Características y clasificación de los juegos.....	9
1.1.3. El círculo mágico del juego	12
1.1.4. Juego didáctico y sus características.....	14
1.1.5. Evolución del juego didáctico a través de la historia	17
1.1.6. Potencial del juego en el aula	18
1.1.7. Referencias al juego en el currículo aragonés de enseñanza	19
1.2. Marco teórico propio de la geometría	20
1.2.1. Modelo de Van Hiele: propiedades y fases del modelo	20
1.2.2. Evolución de las categorías geométricas	23
1.2.3. Procesos de razonamiento y su relación con Van Hiele	24
1.2.4. Las 6 actividades matemáticas.....	25
2. JUEGO EDUCATIVO MATEMÁTICO (JEM)	27
2.1. Análisis general del JEM	27
2.1.1. Relación entre juego y matemáticas	27
2.1.2. Clasificación de los juegos matemáticos	30
2.1.3. Análisis de las fases de resolución de un juego y comparación con las fases de resolución de un problema matemático	31
2.2. Análisis de casos particulares de JEM	32
2.2.1. Cerrar quince	32
2.2.2. Te pido un...	33
2.2.3. Máximo 15.....	34
2.2.4. Tabú: Elementos en el plano.....	35
2.2.5. Dominó de polígonos.....	36
2.2.6. Salto y captura	37
3. DISEÑO DE UN JUEGO EDUCATIVO EN MATEMÁTICAS	38
3.1. Planteamiento y desarrollo del juego	38
3.2. Relación del JEM desarrollado con el currículo aragonés de enseñanza.....	43
3.2.1. Competencias clave	43
3.2.2. Objetivos	43
3.2.3. Contenidos	43
3.2.3. Criterios de evaluación y estándares de aprendizaje	44
4. CONCLUSIÓN.....	46
Referencias bibliográficas.....	49

Enseñanza de la geometría en Educación Primaria a través del uso de juegos de mesa

Geometry teaching in Primary Education through the use of board games

- Álvaro Lanas Gregorio.
- Víctor Manuel Manero García.
- Presentado para su defensa en la convocatoria de Septiembre del año 2021.
- Número de palabras (sin incluir anexos): 14925

Resumen

Este trabajo analiza primero el concepto de juego, así como su evolución a través de la historia, atendiendo a las diferentes definiciones que los expertos han dado de él, y posteriormente el de juego educativo y su potencial y efectos para los alumnos en las aulas de matemáticas.

Por otra parte plantea un marco teórico geométrico el cual se basa en el modelo de Van Hiele, el cual explica los niveles de razonamiento que siguen los alumnos a la hora de aprender geometría y su relación con los procesos de razonamiento geométrico.

Además fruto de dicho análisis y de la unión de ambas áreas nace el concepto de juego educativo matemático, el cual también es estudiado, y como consecuencia de él surge la creación de un juego educativo matemático sobre un aspecto concreto de las matemáticas como es la geometría y las figuras planas.

Todo esto para concluir reflexionando sobre la utilidad de los juegos en el aula de matemáticas y sobre las cuestiones a plantear relativas a su implementación.

Abstract

This Project analyses, firstly the concept of game, as well as its development through history, paying attention to the different definitions given by the experts, and then about the concept of educative game and its potential and benefits for mathematics students.

Apart from that, it sets out a geometrical framework based on the Van Hiele's model, which explains the levels of reasoning followed by students when learning geometrics and its relation to the processes of geometrical reasoning.

Moreover, in base of this analysis and the joining of both areas, the concept of mathematical educative game, which is also studied, and as a consequence of that, a mathematical educative game is created in order to work about a specific mathematical content, as it is geometry and plane shapes.

To conclude this project with a consideration about the usefulness of games in mathematical lessons and about the questions to set out related to their implementation.

Palabras clave

Juego educativo matemático, niveles de razonamiento, procesos de razonamiento, geometría, potencial educativo.

1. MARCO TEÓRICO

Este trabajo comienza analizando el marco teórico en el que se ubica y se fundamenta, antes de dar paso a la fase de análisis concreto del objeto de estudio, los juegos educativos matemáticos, y del análisis del planteamiento y desarrollo del propio JEM diseñado.

Dicho marco teórico consta de dos partes diferenciadas, las cuales corresponden a los dos grandes campos de conocimiento que se unen en los JEM, y más concretamente el JEM diseñado en este trabajo, es decir, por un lado los juegos educativos y por otro lado la geometría.

En la parte referente a los juegos, primero se procede a analizar el concepto de juego en general, atendiendo a su definición, o diferentes definiciones, dadas por diferentes autores, así como a sus características y a sus posibles clasificaciones. Además se relaciona el propio concepto de juego con la educación y se observa su evolución a través de la historia hasta llegar a las referencias al juego dadas por el currículo aragonés de enseñanza actual, y se estudia el potencial del juego en el aula.

Por otro lado se analiza el marco teórico referente a la geometría, hablando en primer lugar del modelo de Van Hiele y sus fases del desarrollo, relacionándolas con los diferentes procesos de razonamiento, y analizando las diferentes categorías geométricas y las actividades matemáticas, conectando ambos conjuntos con los anteriormente mencionados.

Este análisis del marco teórico se hace con el objetivo de posteriormente desarrollar el concepto de Juego Educativo Matemático para poder diseñar y crear uno de ellos que pueda ser implementado en el aula.

1.1. Marco teórico de los juegos

1.1.1. Definición de juego

Tal y cómo afirma Gairín (1990), el uso de juegos está muy extendido por todo el mundo, de tal manera que independientemente de su género, edad o condición, un gran número de personas disfruta de estos. Esta extensión y enorme variación del uso de juegos a lo largo de todo el mundo y de todas las personas lleva asociada, inevitablemente, una igual de extensa y variada definición sobre el propio concepto de juego.

Dicha extensión en la propia definición del concepto y las múltiples y diferentes interpretaciones del mismo hacen de la labor de buscar una definición general que abarque todas las posibles opciones una tarea ardua y complicada. Además, de acuerdo con González, Molina, y Sánchez (2014) realizar un análisis de aquellos conceptos formulados por autores que hayan llevado a cabo investigaciones empíricas, argumentadas y justificadas es necesario para poder llevar a cabo una investigación acerca de los juegos y su evolución a lo largo de la historia antes de intentar aplicarlos o utilizarlos en el aula o en cualquier otro contexto. Por lo tanto todas aquellas definiciones basadas en opiniones o experiencias personas no fundamentadas ni contrastadas a través de la evidencia empírica no deben ser tenidas en cuenta a la hora de llevar a cabo dicho análisis.

A raíz de esto, se puede deducir que “La dificultad de proporcionar una definición universal sugiere que el educador o investigador deberá utilizar la definición que mejor se ajuste a los propósitos que se persiguen.” (González, Molina, y Sánchez, 2014, p.114). Por lo tanto es obligatorio conocer y estudiar la mayor cantidad posible de dichas definiciones dadas basadas en la evidencia empírica.

González, Molina, y Sánchez (2014) explican la complejidad de encontrar una definición que se adapte y ajuste al concepto de juego de manera óptima debido a su interrelación con la propia sociedad humana, afirmando que a medida que esta ha ido evolucionando, los juegos, y la manera de entenderlos, lo han hecho de la misma manera. También hacen referencia a la definición dada por Lalande (1972) para quién el

elemento distintivo de los juegos es la presencia de un conjunto de reglas que definen cómo ganar y cómo perder en una actividad organizada.

Esta dificultad para encontrar una definición del juego es señalada también por Gadner (1979), quién hace referencia a la conexión en interrelación presente en todas las diferentes definiciones del concepto juego, y cómo estas se van entrelazando y evolucionando juntas. Además, pese a no entrar en una definición concreta, enfatiza la vital importancia de incluir un componente lúdico en el juego.

Por la misma línea transcurre la definición dada por Brousseau (1997) destacando igualmente el componente lúdico, el cual es asociado al placer que produce en los jugadores, pero incluye la posibilidad de que sean tanto actividades que requieran un movimiento físico como actividades mentales. Además incluye también la posibilidad de entender un juego como el conjunto de instrumentos utilizados para jugar al mismo y como aquella estrategia o conjunto de pensamientos y acciones llevadas a cabo para conseguir el éxito en el juego.

Haciendo caso a estas dos definiciones, un juego sería toda aquella actividad que tenga un componente lúdico, y esto es, precisamente lo que cualquier persona podría decir a priori sobre los juegos, señalando la importancia de la diversión y entretenimiento en el juego. Pero esto lleva a plantear dos cuestiones para las cuales es necesario establecer una definición más concreta del concepto. Dichas cuestiones son: ¿Todos los juegos son lúdicos? ¿Toda actividad lúdica es un juego?

Fetcher (1971) va más allá e incluye una serie de características necesarias en un juego para definirlo como tal. Estas características se refieren a la necesidad de la existencia de un conjunto de jugadores mayor o igual a dos; a la existencia de un conjunto de normas de funcionamiento del juego, en las cuales se detalla también cómo ha de ser el comportamiento del jugador; la existencia de un conjunto limitado de resultados que se pueden dar al final de cada partida del juego; la confrontación entre dichos jugadores, creando entre ellos un conflicto de intereses que les lleva a ser adversarios; la capacidad que tienen los jugadores de actuar para llegar a alcanzar el objetivo final de ganar el juego, y dentro del conjunto de reglas establecido; la necesidad de ofrecer a los jugadores un sistema de información sobre el juego; y por último la presencia de un número limitado de movimientos a realizar antes de acabar la

partida. Como bien dice Gairín (1990), esta definición dada por una serie de características abarca en gran medida a los juegos de varios jugadores, pero relega al ostracismo a todos aquellos juegos individuales, los cuales representan una parte importante del total de los juegos.

Mucho más inclusiva es la definición presentada por Inbar y Stoll (1970), analizada y complementada una década y media más tarde por Bright, Harvey y Wheeler (1985). Esta definición se basa en una serie de características como son el carácter libre que tiene el juego, al cual se debe jugar por propio deseo, no por imposición ajena; el desafío al que el jugador es sometido, en este caso ya no sólo por un jugador rival, sino por la propia tarea presentada por el juego, de tal manera que un juego puede ser individual o de varios jugadores; se vuelve a recalcar la necesidad de la presencia de un conjunto de normas de juego, las cuales deben contemplar todas las posibilidades que puedan darse durante el transcurso de una partida; además sea presenta el juego como una representación ficticia de una situación diferente a la propia realidad y delimitada en su componente espacio-temporal, estableciendo un principio y un final para el desarrollo de esta representación de una realidad alternativa. Por otro lado se resta importancia desde un punto de vista social a la consideración que se tiene de las situaciones creadas en el juego.

Para Gairín (1990) esta definición es la que más se ajusta a su entendimiento del concepto ya que afirma que se trata de una definición formal teniendo en cuenta tanto la perspectiva psicológica del funcionamiento de la mente humana, como la perspectiva sociológica del funcionamiento de las relaciones humanas.

Diferentes definiciones conllevan diferentes entendimientos de lo que es un juego, pero todas ellas tienen diferentes puntos en común, pero mientras unos autores tan sólo dan unas pinceladas y dejan abierto su significado, otros autores son mucho más concretos y tratan de abarcar todas las posibilidades del juego. Todas estas definiciones pueden ser útiles, siendo cada una fruto de su propia realidad y sociedad, por lo que ninguna de ellas es excluyente, sino que pueden complementarse entre ellas para poder adaptarse a las necesidades y contexto de la persona que busca definir lo que es un juego.

1.1.2. Características y clasificación de los juegos

Una vez analizada la definición del concepto de juego y entendida su complejidad y dificultad debido a la propia forma de ser de los mismos, muy relacionada con la propia forma de ser de la sociedad humana, cambiante, diversa y en continua evolución, hay que proceder a estudiar las características de los mismos así como a establecer una clasificación o varias, teniendo en cuenta diferentes parámetros.

Bishop (1998) establece una serie de características comunes a todos los juegos independientemente del juego del que se trate, del lugar en el que se juegue o de la edad de las personas que lo juegan. En primer lugar, coincide con Gadner (1979) en la importancia del componente lúdico y la diversión, aunque afirma que la distensión se debe dar en el planteamiento de los objetivos del juego, pero señala la importancia de practicarlo una vez puesto en funcionamiento de una manera seria, siguiendo sus reglas para que haya un orden, y ajustándose al ritmo y a la armonía del mismo, con el objetivo de poder ser partícipe de dicho juego de una manera óptima. Para lograr este principio básico es necesario cumplir con una serie de elementos concordantes. El juego debe ser libre, su práctica debe de ser voluntaria, nunca forzada ni obligada, al igual que defienden Bright, Harvey y Wheeler (1985), y añade el hecho de que sea una tarea flexible, que no sea parte de la rutina habitual y rompa con la realidad presentando una situación ficticia, pero surgida de una necesidad real del jugador. Además, para favorecer el desarrollo armonioso del juego se debe incluir en el mismo un componente de repetición, además de incertidumbre y tensión por no saber qué va a pasar a continuación, todo esto a través de alguna sutil forma de belleza. Por otro lado los juegos también deben tener un componente humorístico pero sin estar sujeto al mismo, y alejarse del establecimiento de juicios éticos o morales, sin entrar en disputas entre lo que está bien y lo que está mal, o entre lo que es verdad y lo que es mentira.

Para establecer estas características, Bishop (1998) se basa en Huizinga (1949) quién asegura la importancia del juego a través de la historia de las sociedades humanas. En especial se refiere al elemento de competición presente en todos los juegos y lo define como factor clave en el impulso de la sociedad, e inherente a la propia forma de ser de la raza humana para todas las edades y desde el principio de la historia de las sociedades humanas.

Así pues define el juego como un caso particular de la actividad social entre los seres humanos para la cual se establecen una serie de normas, cuya aceptación define a los participantes como jugadores que deben respetar dichas reglas para poder continuar con el desarrollo del juego. Y establece que en un juego no hay ninguna separación entre lo que es la realidad y lo que es la propia ficción generada por el juego.

Esta serie de características sirve para complementar las definiciones dadas previamente, ayudando a entender mejor el concepto del juego. Reflexionar sobre este entendimiento es parte clave en el proceso de implementación de juegos en el aula, más aún si cabe en aquellos casos en los que se diseña el juego a implementar. Para crear algo hay que entenderlo y fundamentarse en su marco teórico en base a la opinión de aquellos autores que lo han estudiado de manera empírica.

Jayne (1962) ilustra la característica universal de los juegos a través de los juegos con cuerdas, los cuales tienen lugar en todas las partes del mundo, y no sólo eso, sino que se juega a los mismos juegos y de una manera muy similar, lo único que cambia entre ellos es el material con el que dichas cuerdas están construidas y ligeras variaciones en los conjuntos de normas.

De la misma manera que hay diversas definiciones de lo que es un juego y sus características, también hay una gran diversidad en lo que a clasificación de los juegos se refiere. Pese a esto, para Bishop (1998) la clasificación de juegos más útil y adecuada es la realizada por Roth (1902), hecha según la índole de la actividad realizada en el juego.

En dicho artículo Roth (1902) hace la siguiente clasificación, en base al análisis realizado a través del estudio de los comportamientos de las sociedades aborígenes australianas y de la relación de estas con el juego.

Juegos imaginativos son aquellos que, como su propio nombre indica, tienen una naturaleza fantástica alejada de la realidad. En oposición están los juegos realistas, los cuales se sirven del uso de diferentes elementos naturales como pueden ser animales u objetos. Dentro de los juegos de imitación hay dos tipos, uno de ellos consiste en imitar a la naturaleza, principalmente a animales, y el otro tipo consiste en reproducir situaciones y comportamientos propios de las personas, especialmente de los adultos a

los que los niños toman como modelos. Los juegos discriminativos son aquellos en los que los jugadores tienen que buscar y encontrar algo, ya sea de manera física como en el escondite, o de manera mental, como en una adivinanza o acertijo. Juegos competitivos son aquellos que establecen una rivalidad entre dos o más jugadores quienes deben de competir por algo a través de la actividad física principalmente. A su vez, los juegos propulsivos mantienen la importancia del movimiento físico pero esta vez aplicado a diferentes objetos o juguetes. Por último, juegos de placer son aquellos cuyo principal objetivo es reportar un placer o satisfacción al jugador o jugadores, en su mayoría tienen un componente de expresión artística o corporal a través de la música o el baile.

Por otro lado, Bright, Harvey y Wheeler (1985) hacen otra clasificación dentro de los juegos atendiendo a la Taxonomía de Bloom y estableciendo seis niveles de juegos basados en cada uno de los procesos cognitivos que tienen lugar durante el desarrollo de estos juegos, los correspondientes a los procesos cognitivos de orden inferior son los siguientes, recordar, comprender y aplicar, mientras que aquellos correspondientes a los procesos cognitivos de orden superior son analizar, evaluar y crear.

1.1.3. El círculo mágico del juego

Un elemento clave para entender el funcionamiento de los juegos, o más bien el desempeño de los jugadores y su implicación durante el desarrollo del mismo, es el concepto de “círculo mágico del juego” el cual fue introducido por Huizinga (1949) en su libro *Homo ludens*.

En el primer capítulo de esta obra, el autor analiza el significado e importancia de los juegos desde un punto de vista social y cultural, explicando la influencia de estos y su práctica en la vida personal de los propios jugadores y las relaciones que entre ellos se establecen tanto durante como después de jugar juntos.

Y es precisamente en ese ámbito en el que se mueve el concepto de círculo mágico del juego, el cual hace referencia a las condiciones que se deben dar para que el desarrollo de una partida de cualquier juego sea óptimo, así como explica las consecuencias y efectos de conseguir cumplir esta serie de condiciones.

El círculo mágico del juego podría ser definido como un estado mental alcanzado por los jugadores durante el desarrollo del juego a través del cual se crea un nuevo mundo imaginario con diferentes límites espaciales y temporales, y ajeno a la propia realidad, la cual pasa a ser abandonada por los jugadores, quienes se abstraen y concentran únicamente en este nuevo plano creado y en lo que en él está pasando.

Para poder entrar en este estado mental y poder mantenerse en él es fundamental seguir en todo momento las reglas del juego, las cuales estipulan qué se puede hacer y qué no. Por lo tanto, antes de empezar una partida todos los jugadores deben de ser conocedores de dichas reglas así como de las normas que rigen su comportamiento, y estando de acuerdo con ellas, o no, comprometerse a lograr su cumplimiento.

Dentro de estas reglas, inherentes al propio juego y diferentes para cada uno de ellos, se establece una que, contrariamente a las demás, es común a todos y cada uno de los juegos. Dicha regla consiste en que una vez que se entra en el círculo mágico ya no se puede salir de él hasta que termina la partida. Uno no puede simplemente salir del círculo y volver a entrar cuando así le parezca. Además esta regla es de obligado cumplimiento por parte de todos los jugadores, ya que el abandono del círculo mágico

por parte de un solo jugador supondría la salida de todos ellos de esa situación ficticia creada.

Es por eso que las reglas son negociadas por todo el grupo de jugadores, pudiendo estos realizar, si fuese necesario, cambios en la propia normativa establecida para el juego por su creador, si con dichos cambios se favoreciese al grupo. Por lo tanto cada grupo de jugadores crea su propio círculo mágico. Es más, incluso cada vez que un grupo de jugadores juegue una partida a un mismo juego el círculo creado será diferente. Por lo tanto se puede afirmar que cada círculo mágico es realmente único e irrepetible, por lo tanto también los efectos creados en los jugadores podrán ser también diferentes de una partida a otra o de un grupo de jugadores a otro.

Una vez se entra al círculo mágico, nuevas situaciones se crean, de tal manera que los jugadores se transforman en otras personas, o en aquello que el juego estipule, así como también se transforma el lugar en el que estos se encuentran o los objetos que les rodean.

Un niño jugando a ser un caballero no está simulando, fingiendo o haciéndose pasar por uno, sino que se ha convertido en uno, y el palo que está utilizando no imita a una espada, sino que se ha transformando en una. O ese grupo de jugadores que está jugando a un juego de mesa de mazmorras y dragones realmente pasa a convertirse en un grupo de guerreros, magos, clérigos o ladrones que están arriesgando su vida enfrentándose a los numerosos enemigos y a los peligros del viaje para poder rescatar a la damisela en apuros, para liberar al mundo del malvado señor oscuro, o simplemente para llenar sus bolsillos gracias a un cofre repleto de oro.

Esta abstracción del mundo real lleva fundamentalmente a un desarrollo óptimo del juego y a alcanzar el mayor grado de satisfacción y placer posible de alcanzar a través del desarrollo del mismo. Dejarse llevar por la experiencia completamente lleva disfrutar del juego de una manera plena, y eso es lo que cualquier persona busca cuando va a jugar a un juego, o cuando propone a otras personas que jueguen a un juego determinado.

1.1.4. Juego didáctico y sus características

Una vez analizado el marco teórico en el que se encuadra el concepto del juego, en términos generales, es el turno de analizar su homólogo en aquellos juegos que tienen un claro componente didáctico o pedagógico.

La definición de este nuevo concepto acarrea los mismos problemas que el anterior tratado, aquellos derivados de las diferentes perspectivas con las que se trabaja y de los diferentes contextos y variaciones debidos a la evolución del juego en la sociedad.

Así pues, al igual para definir qué es un juego didáctico, al igual que pasa con los juegos en general, conviene estudiar las diversas definiciones que dan los diferentes autores y compararlas para ver puntos en común. Todo esto con el objetivo de conocer todas las que sean posible para tener una visión objetiva y general para poder elegir aquella definición que más se ajuste a la situación en la que se necesite.

La primera piedra en el camino para establecer el significado de juego didáctico viene creada por la propia terminología de su nombre. Bright, Harvey y Wheeler (1985) presentan el término de juego instruccional, el cual definen como todo aquel juego que ha sido planteado para cumplir una serie de objetivos de diferentes índoles, ya sean educativos propiamente, o simplemente cognitivos o afectivos. Es decir, según esta definición se entiende que juegos instruccionales son aquellos que se juegan con el fin de aprender algo.

Esta primera definición supone un acercamiento del mundo de los juegos al mundo de la educación, pero se queda sólo en la superficie, no llega a relacionarse completamente con el aspecto pedagógico más puro.

Más allá va Oldfield (1991), quién entiende el juego educativo como aquella actividad que presenta al jugador o jugadores una tarea a realizar, y un desafío, los cuales deben lograrse a través de la cooperación o de la oposición. Además establece la presencia necesaria de una estructura formal, la cual se rige por unas normas, como cualquier otro juego, pero incluye también la necesidad de plantear unos objetivos educativos y cognitivos específicos. De esta manera el concepto queda relacionado de una manera más estricta con el ámbito educativo.

Para Vankus (2005) un juego didáctico es toda aquella actividad dirigida a los estudiantes que consiste en reportarles placer y diversión a través de la misma, pero que a su vez plantea un conjunto de objetivos educativos a conseguir. Y que a su vez, estos juegos didácticos poseen una estructura esencialmente igual a cualquier otra actividad educativa. Además hace referencia a la capacidad de estos para mejorar tanto los conocimientos como las actitudes de los alumnos hacia la educación, o aquellos contenidos educativos asociados a dicho juego.

Por otro lado, Vankus (2005) cita a Brousseau (1997) haciendo referencia a las diferencias que este destaca entre los significados y características de un juego y las de un juego didáctico.

Estas diferencias se deben principalmente al componente obligatorio del juego didáctico, en oposición al componente de libertad que tiene el juego, de tal manera que los jugadores que están jugando a un juego, han sido libres para decidir si jugar o no, mientras que sus homólogos que se encuentran jugando a un juego educativo han sido obligados a hacerlo por un profesor o similar, más allá de si ellos han querido o no.

Dicha figura que impone la obligatoriedad del juego a los jugadores es en sí misma otra diferencia fundamental, ya que se trata de una figura externa al grupo de jugadores la cual tiene la función de supervisar el desarrollo del juego educativo, mientras que en un juego ajeno al ámbito educativo no existe tal figura encargada de controlar qué está sucediendo en el transcurso de la partida ni a los propios jugadores.

La última de las diferencias clave señaladas por Brousseau (1997) es la asociada a la necesidad de la existencia de un conjunto de objetivos educativos a desarrollar en un juego didáctico, al contrario que en un juego general, en el cual no existe ningún objetivo formal ajeno al propio funcionamiento del juego.

Esta diferencia es la ya mencionada en las propias definiciones del término dadas previamente por los autores Bright, Harvey y Wheeler (1985), Oldfield (1991) y Vankus (2005), aunque cada uno de ellos la exprese de una manera distinta, ampliando o estrechando el foco de estos objetivos.

Vankus (2005) también presenta el trabajo de Krejčová y Volfová (1994) en el cual exponen una serie de características que todo juego educativo debe cumplir, haciendo especial hincapié en la gran importancia que tienen los juegos durante todo el proceso de enseñanza y aprendizaje, especialmente para convertir al alumno en principal agente activo durante su aprendizaje, en lugar de ser un elemento pasivo receptor de conocimientos.

Estas características o requisitos a cumplir por los juegos educativos se centran en varios puntos. En primer lugar se destaca la importancia de que sean atractivos para los alumnos, para de esta manera captar su atención y atraer su interés hacia los mismos.

Para lograr crear esta atracción dos aspectos son fundamentales. Por un lado dichos juegos deben ser disfrutables por los alumnos, para que se diviertan jugando y estén motivados para hacerlo y volver a hacerlo, y por otro lado se destaca la importancia de adecuar los juegos a los alumnos, teniendo en cuenta tanto sus edades como sus capacidades como sus propios gustos e intereses. Esto conecta con el anterior punto de manera que a cada alumno o grupo de alumnos le puede atraer un tipo de juego diferente.

También se destaca la presencia de un conjunto de normas que definan cómo jugar a dicho juego. Estas reglas deben ser claras y entendibles por los alumnos, por lo que tampoco es recomendable introducir juegos nuevos muy a menudo, ya que el proceso de asimilación de las normas puede ser lento, e introducir demasiados juegos podría suponer un conflicto mental para el alumno.

Los juegos deben estar seleccionados de una manera cuidadosa, de tal forma que busquen cumplir una serie de objetivos educativos planeados, y para ello deben disponer de una óptima organización y control tanto en lo referente al desarrollo del juego como a los propios materiales del mismo. Además, todos los alumnos deben ser capaces de tener éxito en el juego, ya que los objetivos educativos planteados atañen a todos y cada uno de los alumnos.

1.1.5. Evolución del juego didáctico a través de la historia

La idea de relacionar juegos y educación puede parecer novedosa cuando se presenta en las aulas, debido al poco uso que se hace de estos en las mismas, pero nada más lejos de la realidad, los juegos y la educación han estado estrechamente relacionados desde hace más de 2500 años, ya que los primeros de los que se tiene constancia que lo hiciesen fueron los filósofos de la Antigua Grecia.

Vankus (2005) hace un repaso de la trayectoria y evolución de esta relación entre juegos y educación a través del tiempo. En primer lugar hace referencia a Platón (427 a.C. – 347 a.C.), para quien el uso del juego era la principal metodología a seguir, especialmente en los alumnos más jóvenes. Además, establecía una relación entre los juegos jugados y la futura profesión del niño, haciendo descubrir desde la infancia las capacidades naturales del alumno, para a través del propio juego potenciarlas.

Posteriormente, Aristóteles (384 a.C. – 322 a.C.), discípulo de Platón, planteaba la necesidad de incluir los juegos en el proceso educativo ya que los consideraba como la actividad más apropiada para desarrollar las capacidades de los niños.

Este pensamiento también fue extendido durante el Imperio Romano, dónde se asociaba en gran medida la educación con el desarrollo de juegos, especialmente de carácter físico. Pero a medida que fue creciendo la importancia e influencia de la Iglesia Católica durante el último período de existencia del Imperio Romano y durante toda la Edad Media, el papel de los juegos quedó relegado al ámbito doméstico, siendo apartado de las escuelas, donde empezó a primar el aprendizaje a través de la memorización, con el fin de convertir a los niños en ciudadanos sumisos y con obediencia ciega hacia las autoridades eclesiásticas y nobiliarias correspondientes.

Con la aparición del movimiento Renacentista, al igual que en todos los ámbitos, en la educación se pretendió retomar la ideas de los sabios filósofos griegos y romanos, por lo tanto se volvió a un tipo de enseñanza más humanístico, centrado en el alumno como principal agente de su educación de una manera más activa y práctica, por lo que el rol de los juegos en el ámbito educativo volvió a ver aumentada su importancia gracias a autores como J.A. Comenius (1592-1670), J. J. Rousseau (1712 – 1778) o algunos más actuales como M. Montessori (1870-1952) o J. Piaget (1896 – 1980).

1.1.6. Potencial del juego en el aula

Edo (1998) a través de la realización de un estudio para determinar la eficacia de la implementación de juegos educativos en el aula, y basándose en multitud de autores diferentes, establece la importancia del juego educativo destacando su alto potencial más allá de una visión simplista en la que el juego sólo es visto como un entretenimiento que reporta placer y diversión al alumno. Además amplía la perspectiva sobre el juego educativo definiéndolo como una herramienta para trabajar las conductas sociales dadas entre los alumnos.

Respecto a esto, también afirma que el uso del juego en aula es una actividad que provoca en los alumnos diversión y entretenimiento, pero que es mucho más que eso ya que de ella se desprenden diversos aprendizajes de distintas índoles tanto a nivel conceptual y de contenidos del área al cual pertenece el juego, como de desarrollo de habilidades y actitudes, tanto específicas del ámbito educativo como propias del carácter social del ser humano en sociedad.

Por otro lado, esta misma autora define una serie de aspectos potencialmente positivos derivados del uso de juegos educativos en el aula. En primer lugar destaca la posibilidad que presenta dichos juegos para desarrollar los propios contenidos establecidos por el currículo así como los procedimientos y habilidades asociados a ellos, además haciéndolo de una manera más atractiva y disfrutable para los alumnos. En relación a esto pudiendo incluso a servir como refuerzo hacia algún contenido específico del currículo el cual necesita ser trabajado en mayor medida.

Dicho uso de los juegos puede servir como ampliación y diversificación de las actividades y tareas realizadas en el aula, ampliando la visión de los alumnos del aprendizaje como algo cerrado y aburrido, aumentando así tanto su motivación como su interés hacia el propio aprendizaje y las diferentes áreas del conocimiento.

Para esto es fundamental también lograr conectar los contenidos con la vida de los alumnos más allá de las aulas, dotando así a los mismo de un significado real, y dando a los alumnos la visión de que estos conocimientos les van a ser útiles. Y una gran forma de lograr esta conexión es a través del uso de los juegos, si estos son concienzudamente seleccionados en función del contexto y las necesidades de los alumnos.

1.1.7. Referencias al juego en el currículo aragonés de enseñanza

Una vez analizado el concepto del juego educativo, así como sus características diferenciales y su posible potencial, es necesario investigar el currículo de enseñanza, en concreto el aragonés, Consejería de Educación (2016), para estudiar las referencias que en él se hacen a los juegos en cuanto a orientaciones metodológicas o incluso contenidos.

El apartado en el que más recurrentemente se menciona el término juego o sus variantes es en la parte propia al área de Educación Física, en el cual debido a la propia naturaleza de la asignatura se explican sus diferentes bloques a través de, entre otras cosas, los tipos de juegos a realizar en cada uno de ellos así como sus características, pero sería engañoso tratar dichos juegos como juegos educativos, los cuales son el principal objetivo de estudio de este trabajo.

Por lo demás hay poca presencia de este concepto a lo largo del currículo, salvo en lo referido al área de Matemáticas en la cual se presenta de dos maneras diferentes. La primera y más ligera de ellas es a modo de contenidos, en aquellos relativos a la probabilidad, azar y estadística.

En segundo lugar, y de una manera mucho más importante, al menos en términos de la investigación realizada, se hace referencia al juego en la parte de orientaciones metodológicas, en la cual, aunque de manera muy leve, como si de una pincelada se tratase se habla del potencial de los juegos como elemento generalizador y afianzador de conocimientos, es decir, como una manera de poner en práctica los conocimientos y habilidades adquiridos, y de conectar los aprendizajes con otras áreas del conocimiento e incluso con otras áreas relativas al propio alumno y su vida real.

Si bien estas menciones pueden representar un comienzo, parecen quedarse muy atrás respecto a las diversas opiniones dadas por los diferentes autores y estudiosos, quienes en su mayoría fomentan la inclusión de los juegos en el proceso de enseñanza y aprendizaje. Así pues, es tarea de los propios docentes estudiar dicho potencial y cómo llevar los juegos al aula, teniendo en cuenta que cada contexto es diferente, por lo que un análisis del marco teórico general es necesario como punto de partida, más aun teniendo en cuenta la escasa información que el currículo aporta acerca de este tema.

1.2. Marco teórico propio de la geometría

1.2.1. Modelo de Van Hiele: propiedades y fases del modelo

El marco teórico relativo a los contenidos matemáticos escogido para este trabajo es el modelo expuesto por Van Hiele (1986) el cual trata de explicar el desarrollo del aprendizaje de la geometría por parte de los niños, y todas las personas, y su comprensión del mismo.

Para Jaime (1998) pese a la existencia de diversos modelos e investigaciones con ese mismo objetivo realizadas por diferentes autores, el modelo de Van Hiele es el más completo y el que mejor se ajusta a la realidad educativa, y el que mejor explica el porqué de diferentes erros que tienen lugar durante las clases de geometría así como de las dificultades entre profesor y alumnos para llegar a un entendimiento mutuo referido al tema.

Este modelo además posee un doble carácter, por un lado es descriptivo, ya que explica y analiza el proceso de razonamiento y entendimiento de los alumnos, y por otro lado es prescriptivo ya que a través del análisis ofrecido plantea cómo se debe diseñar el proceso de enseñanza para que entendimiento y aprendizaje sean óptimos.

Además relaciona cada uno de estos caracteres o aspectos del modelo con dos conceptos los cuales vertebran todo su modelo y explicación. El carácter descriptivo del modelo es asociado con lo que se establece como “niveles de razonamiento”, mientras que su aspecto prescriptivo está relacionado con las llamadas “fases de aprendizaje”.

Los niveles de razonamiento son cinco estadios que se dan de manera progresiva a medida que va aumentando la capacidad de razonamiento geométrico del alumno, siguiendo siempre el mismo orden. Estos niveles describen las características cognitivas de la persona que se encuentra en cada uno de ellos y su capacidad de entendimiento de los conceptos geométricos, aunque son fundamentalmente un marco de referencia ya que la realidad de cada alumno es diferente y la frontera entre estos niveles puede estar difuminada y la estancia en un nivel o en otro no depende estrictamente de factores como la edad, sino de las características cognitivas personales del alumno.

El primer nivel es el más básico, en el los alumnos tienen una percepción global de los conceptos geométricos sin prestar atención a las propiedades ni establecer clasificaciones. En su lugar lo común son percepciones visuales de las figuras y comparaciones con otros objetos ya conocidos por la semejanza en su forma, independientemente de sus características propias y sus elementos. Un ejemplo de esto sería asociar un rombo a una cometa.

El segundo nivel empieza a incluir la observación de características y propiedades generales básicas de las figuras, las cuales son utilizadas para definir a dichas figuras. Por lo tanto las definiciones se presentan como una lista de características inconexas entre sí, sin apreciar relaciones entre ellas, por lo que se proporcionan definiciones exclusivas las cuales no comprenden que una definición o una característica estén incluida dentro de otra. Por ejemplo no se comprende que un cuadrado es un caso particular de un rombo, ya que cumple todas sus condiciones.

En el tercer nivel se empiezan a plantear definiciones no exclusivas ya que se establecen relaciones entre las diferentes características. Por otro lado, las definiciones comienzan a estar basadas en la experimentación y dejan de ser una enumeración de propiedades. Estos alumnos también poseen la capacidad de comprender demostraciones formales si son sencillas, aunque no son capaces de formularlas por sí solos.

En el cuarto nivel los estudiantes ya son capaces de formular demostraciones formales, partiendo desde la formulación de una hipótesis hasta comprobar si esta se cumple o no. Además son capaces de demostrar la equivalencia entre dos definiciones diferentes.

Los estudiantes pertenecientes al quinto nivel manejan los sistemas axiomáticos. A este nivel de comprensión sólo llegan estudiantes de estudios superiores estrechamente relacionados con la geometría y los cuales tienen una excepcional preparación y capacidad.

Dentro de cada uno de estos niveles se dan cinco fases las cuales están presentes en todos ellos y el dominio de estas es requerido para pasar al siguiente nivel.

La primera fase es la de información, en la cual los alumnos entran en contacto con la materia y el profesor ve los conocimientos previos del alumnado.

La segunda fase corresponde con la orientación dirigida, a través de la cual plantea actividades a desarrollar por los alumnos pero bajo su propia dirección y guía.

La tercera fase es la de explicitación, en la cual los alumnos verbalizan lo aprendido previamente para consolidarlo y reflexionar sobre lo aprendido.

La cuarta fase es la de orientación libre, en esta las actividades son llevadas a cabo por los alumnos de manera autónoma e independiente, sin la supervisión del profesor, a diferencia de la fase de orientación dirigida.

La quinta fase es la de integración de los nuevos conocimientos adquiridos a todo aquello aprendido previamente por el alumno.

Teniendo en cuenta este modelo Jaime (1998) destaca cinco características fundamentales del mismo. La primera de ellas es la referente a la secuencialidad de este, ya que el orden de adquisición de los niveles es fijo e invariable. La segunda es la especificidad del lenguaje usado por el estudiante, el cual es un claro indicador del nivel en el que este se encuentra, ya que cada nivel posee su propia terminología y lenguaje. Además este modelo se caracteriza por la manera en la que se pasa de un nivel a otro, la cual en principio se creía que era de manera brusca, pero posteriormente se demostró lo contrario, que existen periodos en los cuales un alumno está al mismo tiempo en dos niveles diferentes. Otra de sus características fundamentales es la de la globalidad o localidad, conceptos que hacen referencia al nivel global de entendimiento de un alumno y a su nivel local dentro de cada una de las partes de la geometría. Por último cabe destacar el fundamental papel que tiene la instrucción en la adquisición de la comprensión de la geometría, ya que no es un proceso natural y biológico.

1.2.2. Evolución de las categorías geométricas

Además del modelo de Van Hiele diferentes autores plantearon otras maneras, diferentes o complementarias, de establecer los niveles de razonamiento del alumno a través de diferentes categorías geométricas o habilidades propias de la geometría. Gutiérrez y Jaime (1998) analizan esta evolución de los modelos.

De Villiers (1987) establece seis diferentes categorías geométricas las cuales funcionarían como modelo complementario a los niveles de razonamiento de Van Hiele, aunque más bien lo que hace es asociar cada una de ellas a un nivel específico de aquellos niveles establecidos por Van Hiele.

En primer lugar, establece la categoría de reconocimiento y representación de los tipos figuras, la cual está enmarcada en el primer nivel de razonamiento, como se ha visto previamente.

En segundo lugar, las categorías tanto de uso y entendimiento de la terminología, como la de descripción verbal de las propiedades de las figuras, están asociadas con el segundo nivel de razonamiento, ya que es cuando se empiezan a tener en cuenta aspectos relacionados con las propiedades, las cuales son utilizadas para definir los tipos de figuras existentes.

De la misma manera, las categorías de clasificación jerárquica y deducciones simples son incluidas en el tercer nivel de razonamiento, ya que en este los estudiantes comienzan a establecer relaciones entre las diferentes propiedades de los elementos y son capaces de entender y reproducir demostraciones formales simples. De otra manera, la categoría de deducción compleja corresponde al cuarto nivel de razonamiento.

Por su parte Hoffer (1981) describe cinco habilidades geométricas las cuales podrían ser incluidas en cada uno de los niveles de razonamiento. Estas son visualizar, verbalizar, dibujar, razonar lógicamente y aplicar.

En base a este análisis, Gutiérrez y Jaime (1998) establecen un nuevo modelo en referencia a los niveles de razonamiento de Van Hiele situándose en un punto medio entre De Villiers (1987) y Hoffer (1981).

1.2.3. Procesos de razonamiento y su relación con Van Hiele

Este nuevo modelo consta de cuatro procesos de razonamiento diferentes, cada uno de los cuales tiene lugar en uno o varios de los niveles de razonamiento establecidos por Van Hiele.

El más básico de los procesos de razonamiento es el de reconocimiento de los atributos generales de las figuras. Este proceso tiene lugar en el primer nivel de razonamiento, atendiendo únicamente al reconocimiento de los atributos físicos y visuales de las figuras, pero también en el segundo nivel, prestando atención al reconocimiento de las propiedades matemáticas de las figuras.

Por su parte el proceso de definición tiene dos variantes diferentes, una el uso y otra la formulación de las mismas. El uso de definiciones está presente en el segundo nivel, con definiciones simples; en el tercer nivel con definiciones más complejas, y en el cuarto nivel con definiciones equivalentes. Mientras que la formulación de definiciones está presente en el primer nivel como una enumeración de características físicas; en el segundo nivel como una enumeración de propiedades matemáticas; en el tercer nivel con el uso de propiedades necesarias y suficientes; y en el cuarto nivel con la prueba de las equivalencias entre definiciones.

La clasificación de figuras o conceptos geométricos se da en el primer nivel en forma de atributos físicos; en el segundo nivel basado en atributos matemáticos, pero de una manera exclusiva; y en el tercer nivel con el uso de clasificaciones tanto inclusivas como exclusivas.

La prueba o comprobación de hipótesis está asociada al segundo nivel a través de la verificación con ejemplos; en el tercero con demostraciones informales; y en el cuarto con demostraciones formales.

Estos procesos de razonamiento asociados a los niveles de Van Hiele tienen especial importancia en el posterior diseño de un juego educativo matemático el cual tiene como objetivo final este trabajo.

1.2.4. Las 6 actividades matemáticas

Bishop (1998) reflexiona sobre la universalidad de las matemáticas, de tal manera que según su planteamiento estas no son universales per se, ya que en cada cultura o sociedad se usan diferentes sistemas o se trabajan de distintas maneras. Esto supone una contradicción respecto a la creencia popular establecida que afirma que por el contrario, sí que lo son. Pero este autor tras analizar los datos obtenidos en diferentes trabajos afirma que lo que es universal de las matemáticas son aquellas actividades en las cuales la gente aplica esos conocimientos matemáticos, entrando en su aplicación la variedad de sistemas y métodos.

Además, en colación a esto, establece 6 tipos de actividades matemáticas comunes a todas las sociedades y culturas, haciendo mención a otra obra suya anterior (1991), según la cual las actividades matemáticas que se dan a lo largo y ancho del mundo son contar, localizar, medir, dibujar, jugar y explicar.

Las actividades de contar son aquellas relacionadas con la numeración, el conteo y la estadística, en las cuales se quiere establecer un valor numérico que represente una situación matemática.

Las actividades de localizar consisten en asociar una figura o elemento a un plano o sistema de coordenadas, y en base a esto estudiar las posiciones relativas o establecer las coordenadas para posteriormente proceder a medir u otras actividades.

Las actividades de medición son aquellas en las que se cuantifica la medida o tamaño de un objeto o suceso atendiendo a sus diferentes características, conocidas como magnitudes, cada una con su propio sistema de unidades. Esta medición puede ir desde la longitud o peso de un objeto hasta un lapso de tiempo transcurrido o el ángulo de rotación de una figura en el plano.

Las actividades relacionadas con el dibujo son aquellas en las cuales se representa gráficamente una o varias figuras, ya sea de manera plana o tridimensional atendiendo a las diversas perspectivas existentes. Estas representaciones o dibujos se hacen con diferentes fines como pueden ser estudiar sus propiedades o compararlas entre ellas.

Las actividades relacionadas con el juego son aquellas en las que, atendiendo a las definiciones trabajadas previamente, se trabaja un contenido matemático de una manera más entretenida y disfrutable para conseguir unos objetivos de aprendizaje siguiendo un conjunto claro de normas. Estas actividades pueden presentar de diferentes maneras todos los demás tipos de actividades incluidos en ellas en mayor o menor medida.

Las actividades explicativas son aquellas en las cuales hay que proporcionar una explicación sobre un suceso a través de las matemáticas. Para ello que seguir una investigación formal atendiendo a propiedades de los objetos o reglas de la lógica.

Esta clasificación de las diferentes actividades que relacionadas con las matemáticas están presentes en todas las sociedades y culturas apoyan la idea de que aunque los propios conocimientos y las formas de ponerlos en práctica varíen de un grupo de personas a otro, las situaciones en las que estos se aplican son comunes a todos ellos, por lo tanto se podría afirmar que las necesidades matemáticas de las personas tienen idéntica esencia independientemente de su procedencia o cultura.

Si bien todas estas actividades son universales y generalmente se suelen dar de una manera conjunta ya que entre ellas mismas se entrelazan y se unen, no todas ellas tienen la misma importancia desde el punto de vista de la geometría (o al menos desde la parte de la geometría que interesa especialmente en este trabajo) sino que están más asociadas a diferentes áreas de las matemáticas.

En este trabajo adquiere una fundamental importancia el tipo de actividades englobadas en el juego, como ha quedado demostrado en la primera parte del primer capítulo, y como seguirá demostrándose en los sucesivos.

Además de estas, las actividades de dibujo también son de especial interés, así como en cierta forma también lo son las actividades de medición y explicación. Esto se demostrará posteriormente cuando se analice el Juego Educativo Matemático diseñado para este trabajo.

2. JUEGO EDUCATIVO MATEMÁTICO (JEM)

2.1. Análisis general del JEM

2.1.1. Relación entre juego y matemáticas

Una vez estudiado el concepto de juego, así como el de juego educativo es momento de poner el foco en aquellos juegos educativos pertenecientes al área de matemáticas. Uniendo esto a lo comentado previamente acerca de la inclusión de Bishop (1991) como las actividades de juego dentro de los 6 tipos de actividades matemáticas universales, es necesario analizar la relación existente entre matemáticas y juego.

Para Edo (1998) dicha relación es muy amplia y diversa, pero se centra especialmente en destacar dos aspectos en los que ambos campos están especialmente conectados, desde el punto de vista de la educación primaria.

Para esta autora el razonamiento lógico es un puente entre ambos conceptos ya que está ampliamente presente tanto en todas las actividades de juego como en todas aquellas matemáticas. Este razonamiento lógico lleva a analizar las posibles situaciones creadas con el fin de encontrar la manera de resolver dichas situaciones, y en caso de haber diferentes posibilidades de resolución encontrar la mejor de entre ellas para los intereses del jugador/estudiante.

Otro nexo de unión entre juego y matemáticas para Edo (1998) es la numeración y el cálculo, ya que en una gran cantidad de juegos, incluso en los no educativos y que nada tienen que ver con las matemáticas, estos conceptos están muy presentes a la hora de contar cartas, calcular puntos o muchas otras finalidades. Por lo tanto se puede afirmar que dichos juegos pueden ser útiles para la adquisición y perfeccionamiento de las habilidades relativas a conteo y numeración.

Aparte de esto Edo (1998) presenta una serie de razones por las cuales se deben incluir juegos educativos matemáticos en las clases de educación primaria. Estos motivos se centran principalmente en mejorar los aspectos mencionados previamente, aquellos relacionados con el pensamiento lógico y con la práctica y consolidación de conocimientos y habilidades propios de las matemáticas.

Por su parte, Gairín (1990) defiende los paralelismos entre las situaciones creadas en los juegos, en las cuales a los jugadores se les plantea un problema que deben resolver a través del análisis de la situación y sus posibles soluciones, con las situaciones propias de las matemáticas.

Además basándose en las opiniones de diferentes autores y expertos afirma que al contrario de la creencia popular, las matemáticas no son algo serio y aburrido, o al menos no deberían serlo, sino que de manera opuesta, son algo mucho más dinámico, estrechamente relacionado con los juegos y con amplias conexiones con las diferentes áreas del conocimiento y ámbitos de la vida humana.

Posteriormente Gairín (1990) hace referencia a Cockroft (1985) y su informe a través del cual se recomienda la implementación de los juegos educativos matemáticos en las aulas independientemente del nivel, abogando por su carácter fomentador y desarrollador de los mismos aspectos mencionados previamente, es decir, los correspondientes al pensamiento lógico y a la consolidación y repaso de los contenidos y habilidades propios de las matemáticas.

Por otro lado, Gairín (1990) también destaca el papel crucial de la planificación a la hora de implementar el uso de juegos educativos en la educación matemática, afirmando que el proceso educativo no se puede fundamentar únicamente en dicho uso de los juegos de la misma manera que no puede hacerlo evitándolos completamente.

Por lo tanto es necesario un balance entre los diferentes tipos de actividades que se plantean en aula, de manera que las virtudes y fortalezas de unas cubran las debilidades de otras, y así todas ellas se complementen fomentando el mejor proceso de enseñanza y aprendizaje posible para el alumnado.

En referencia a dicha planificación y aplicación de los juegos también plantea una serie de condiciones o recomendaciones que se deben dar cuando un profesor implementa un juego educativo matemático en sus clases.

En primer lugar, el profesor debe conocer perfectamente el juego, debe anticiparse a todas las posibles situaciones conflictivas que puedan darse en él, y ser capaz de ayudar y corregir a los jugadores, y para ello debe haberlo jugado previamente. Pero además el profesor debe utilizar juegos no sólo que él conozca, sino que además le gusten y le reporten un disfrute o satisfacción, las cuales el propio profesor transmitirá a los alumnos.

El juego debe obedecer al establecimiento de unos claros objetivos educativos que respondan a las necesidades del grupo clase y a sus características. No todos los juegos funcionan para todo el mundo, o mientras a un grupo jugar a un determinado juego le reporta muchos beneficios a otro grupo no tanto. Además hay que seleccionar concienzudamente el momento de la implementación del juego para que su efectividad sea la mayor posible.

Como una actividad de clase más que es, el juego educativo debe ser jugado por todos los alumnos, siendo todos ellos capaces de alcanzar la victoria o éxito en dicho juego, y para ello el conjunto de reglas debe ser claro y entendible por parte de todos los jugadores. Dicho conjunto de reglas debe englobar todas las posibilidades del juego para no dar lugar a la duda durante el desarrollo de las partidas, estipulando en todo momento cómo se debe de jugar.

Por último se debe ser muy cuidadoso a la hora de escoger el juego a implementar, bien se opte por jugar a un juego ya creado y publicado o por crear un juego propio. En ambos casos es fundamental adecuar el juego a las necesidades del alumnado, como se comentaba antes, además de tener en cuenta las características espaciales, materiales y temporales de las que se dispone. En el caso de crear un juego nuevo, el profesor debe testarlo antes de llevarlo al aula para ver su funcionalidad y desarrollo.

2.1.2. Clasificación de los juegos matemáticos

Dentro de todos los juegos educativos matemáticos es complicado realizar clasificaciones debido a la amplia diversidad que hay, pero sí que se pueden establecer dos grandes grupos que los engloban a todos, teniendo en cuenta el objetivo del juego y las capacidades o habilidades que desarrolla. Pese a esto, es común encontrar juegos que poseen ambas características.

El primero de estos grupos es el de los llamados juegos de conocimiento, los cuales según Corbalán y Deulofeu (1996) tienen el objetivo de poner en práctica los diferentes conocimientos aprendidos o adquirir estos mismos a través del propio juego, afianzando los conocimientos y mejorando su comprensión.

Gairín (1990) distingue tres tipos distintos dentro de este grupo de juegos, teniendo en cuenta el momento en el que se usa el juego dentro del proceso de aprendizaje. Pre-instruccional, para aquellos juegos que tienen lugar antes de la explicación y que su propia práctica es la que sirve para aprender un nuevo concepto. Co-instruccional, para aquellos juegos que tienen lugar durante el desarrollo del proceso de aprendizaje de un nuevo concepto, y funcionan como una actividad más de todas las utilizadas. Post-instruccional, para aquellos juegos que se dan cuando los alumnos ya han aprendido un concepto y lo que hacen con el juego es reforzar y afianzar lo aprendido.

El otro gran grupo es el de los juegos de estrategia, los cuales tienen el objetivo de adquirir y practicar la aplicación directa de diferentes habilidades o procedimientos asociados a la práctica matemática. En estos juegos el jugador tiene el objetivo de ganar y para ello tiene que planificar cómo jugar para conseguir la victoria, es decir debe encontrar la mejor estrategia posible.

Estos juegos tienen el objetivo de alcanzar la resolución de problemas matemáticos a través de la aplicación de técnicas heurísticas además de potenciar actitudes y habilidades asociadas a la resolución de problemas, tanto a nivel personal como colectivo y social.

2.1.3. Análisis de las fases de resolución de un juego y comparación con las fases de resolución de un problema matemático

Los anteriormente mencionados juegos de estrategia están estrechamente relacionados con la resolución de problemas la cual es una de las principales competencias matemáticas establecidas curricularmente.

Edo, Baeza, Deulofeu y Badillo (2008) analizan esta relación y establecen una comparación entre las fases de resolución presentes en los problemas matemáticos que se trabajan en educación primaria y las fases de resolución presentes en los juegos de estrategia.

En primer lugar se formula la necesidad de alcanzar una comprensión de lo que se tiene que hacer, ya sea resolver un problema o alcanzar unos objetivos que llevan a conseguir la victoria en el juego, asegurándose asimismo de conocer y entender el conjunto de normas que rigen dicho problema o dicho juego.

Posteriormente a haber alcanzado dicha comprensión de la situación se procede a diseñar un plan de resolución general así como una serie de planes parciales que llevan al mismo. En ambos casos previamente a la ejecución del plan diseñado e inclusive previamente a la propia planificación, puede ser necesaria la experimentación y confirmación de conjeturas e hipótesis que refuercen el plan a seguir.

Por último, tras haber diseñado el plan y haberlo llevado a cabo se debe comprobar si se ha realizado de manera exitosa y se ha alcanzado la solución correcta a situación, ya sea en forma de problema o en forma de superación del reto propuesto por el juego.

No sólo estas fases tienen grandes similitudes, sino que los procesos mentales utilizados durante el desarrollo de las mismas también son idénticos en ambas situaciones, como el uso del razonamiento lógico basado en la experimentación. Esto hace que ambas actividades posean el mismo proceso heurístico.

2.2. Análisis de casos particulares de JEM

2.2.1. Cerrar quince

En este apartado se procede a analizar diferentes juegos educativos utilizados en clases de matemáticas, tanto su planteamiento y desarrollo como su posible utilidad para mejorar el proceso de enseñanza y aprendizaje.

El primero de estos juegos es el analizado por Edo, Baeza, Deulofeu y Badillo (2008) llamado “Cerrar quince”. Este juego está ideado para ser utilizado en el último ciclo de primaria.

Dicho juego lo juegan dos jugadores rivales, o dos parejas de jugadores, los cuales tienen un tablero cuadrado de 3 x 3 casillas y 9 fichas o tarjetas cada una de ellas con un número del 1 al 9.

Durante el transcurso de la partida los jugadores van intercalándose para colocar cada una de las fichas en las casillas del tablero, con el objetivo de conseguir un total de quince sumando el valor de tres fichas contiguas, ya sea de manera vertical, horizontal o diagonal.

Este juego se podría clasificar dentro del tipo juegos de estrategia, ya que en él, los jugadores tienen que planificar y ejecutar la que creen es la estrategia más adecuada para ganar la partida. El foco del juego es desarrollar el pensamiento lógico, no consolidar o practicar algún contenido específico del área de matemáticas.

Por lo tanto este juego puede tener cierta utilidad fomentando esa capacidad de razonamiento y de búsqueda de estrategias, además de ser fácil de entender y de llevar a cabo por los alumnos, aunque por otro lado esta utilidad está limitada debido a que hay pocas variantes y los alumnos descubrirán rápidamente la estrategia ganadora, la cual en este caso consiste en empezar poniendo la ficha con el número 5.

En conclusión, puede ser un juego útil en el aula de matemáticas pero usándolo durante un tiempo o número de partidas limitado, o quizá haciendo ligeras modificaciones en las reglas.

2.2.2. *Te pido un...*

Otro juego educativo matemático a tener en cuenta en educación primaria es el planteado por Edo (1998) llamado “Te pido un...”, el cual está orientado para ser jugado por alumnos de 1º de primaria.

El juego consiste en repartir una baraja de naipes numerada del 0 al 10 con cada una de las cifras repetida en 4 cartas, es decir un total de 44 cartas, a cada uno de los jugadores, quienes deben ser al menos 4.

El objetivo del juego es formar parejas de cartas que sumando sus valores se obtenga 10, por ejemplo un 2 con un 8, un 10 con un 0, etc. Al final de la partida gana el jugador que más parejas haya formado.

Durante el desarrollo del juego cada jugador, por turnos, debe pedir a uno de sus compañeros una carta específica, por ejemplo si el jugador tiene un 4 dice a uno de sus rivales “Te pido un 6”, de tal manera que si ese jugador lo tiene ha de dárselo.

Este juego tiene un fundamental componente de juego de conocimiento, especialmente en cursos en los que se está aprendiendo a sumar, ya que sirve para repasar las sumas de una cifra y la descomposición del número 10.

Dicho esto, también posee cierto carácter de juego de estrategia, ya que un jugador puede estar atento a las cartas que piden sus rivales, de tal manera que si el jugador A pide un 3 al jugador B pero este no lo tiene, el jugador C, que tiene un 3, puede servirse de esto para pedir al jugador A un 7 sabiendo que lo tiene.

En ambos casos es un juego bastante útil aunque dependiendo dónde se quiera poner el foco, si en el componente de repaso de las sumas, o por el contrario en la parte de planificación de estrategias, podrá ser utilizado en un curso o en otro.

2.2.3. *Máximo 15*

También analizado por Edo (1998) es el juego de “Máximo 15”, juego planteado para ser llevado a cabo en 2º curso de primaria.

A este juego juegan 2 o 3 tres parejas de jugadores y necesitan una baraja de naipes españoles los cuales dejarán boca abajo en un mazo. El objetivo del juego es sumar más puntos que los rivales.

Para esto el juego se divide en rondas, en las cuales cada pareja, por turnos debe levantar dos cartas, enseñarlas y sumar sus valores. La pareja de jugadores gana tantos puntos como sumen los valores de sus cartas, a menos que sean 15, que entonces ganan 20 puntos, o que sean más de 15, que entonces ganan 0 puntos. Esos puntos son sumados a los conseguidos en las rondas jugadas previamente.

Después de levantar las dos primeras cartas los jugadores pueden seguir levantando para conseguir más puntos pero a riesgo de pasarse de 15 y no sumar ningún punto.

Este juego sirve a modo de juego de conocimiento para repasar y practicar las sumas de forma mental además de hacerlo también con las sumas escritas en el papel de manera sucesiva.

Además sirve para fomentar la toma de decisiones y la comunicación y cooperación entre alumnos, quienes deben sopesar si les merece la pena arriesgar y pedir una carta más o no, lo cual está asociado en cierta manera con las características de los juegos de estrategia.

2.2.4. *Tabú: Elementos en el plano*

Por su parte Muñiz-Rodríguez, Alonso y Rodríguez-Muñiz (2014) en su estudio sobre diferentes juegos educativos matemáticos plantean un juego llamado “Tabú: Elementos en el plano”.

Este juego está planteado para ser implementado en las clases de matemáticas de 1º de la ESO, aunque podría ser utilizado también en el último ciclo de primaria, e incluso en anteriores cursos siguiendo la misma estructura pero adaptando los contenidos.

El funcionamiento del juego y sus reglas son sencillos, los jugadores tienen que adivinar un concepto matemático, en este caso conceptos relacionados elementos geométricos planos.

Para ello el profesor, u otro jugador debe dar una serie de definiciones sobre los mismos, las cuales funcionan como pistas, pero de tal manera que cada frase que se da completa más la definición, haciendo más fácil adivinar de qué elemento se trata, aunque por otro lado, por cada pista que se da se ganan menos puntos.

Es decir, si un jugador acierta el elemento descrito tras la primera pista gana un total de 5 puntos, mientras que si lo hace tras la tercera pista tan solo ganará 3 puntos, uno menos por cada pista extra que haya necesitado.

Este juego es un claro ejemplo de juego de conocimiento, para repasar determinados conceptos y conocimientos matemáticos teóricos, en este caso elementos del plano aunque podría jugarse con cualquier otra temática de la misma manera.

Además puede ser utilizado tanto previamente a la lección, a modo de presentación del tema y para ver los conocimientos previos de los alumnos, como posteriormente a ella como repaso de lo aprendido.

2.2.5. *Dominó de polígonos*

Este juego es otro caso de juego educativo matemático que puede ser llevado al aula de matemáticas, en los cursos del último ciclo de educación primaria.

Para jugar al mismo se deben formar pequeños grupos de 3-4 alumnos, a los cuales se reparte una serie de fichas de dominó, dejando un mazo de las mismas en la mesa.

Estas fichas están creadas de tal manera que representan dos polígonos, diferentes o iguales, de los principales polígonos desde 3 hasta 10 lados, los cuales son estudiados por los alumnos.

El juego consiste en ir poniendo fichas sobre la mesa de tal manera que cada ficha que se ponga tiene que tener un polígono igual, en número de lados, al polígono que hay en el extremo de la cadena formada en la mesa, de tal manera que gana el primer jugador que se queda sin fichas, y cada vez que un jugador tiene que poner ficha pero no puede ya que no tiene ninguna con el polígono que hay en los extremos de la cadena debe robar una del montón.

La dificultad radica en que los polígonos pueden estar representados de diferentes formas, tanto con su nombre por escrito como con su dibujo, el cual puede ser de un polígono regular o irregular, es decir, si en el extremo de la cadena hay un pentágono regular el jugador puede colocar otro pentágono regular, uno irregular o la palabra pentágono.

Además cada vez que un jugador pone una ficha tiene que decir correctamente qué figura ha puesto, por ejemplo hexágono regular, o triángulo isósceles obtusángulo, de tal manera que si lo dice de manera incorrecta tiene que recoger su ficha y perder turno.

Este es otro claro ejemplo de juego de conocimiento, planificado para ser utilizado a modo post-instruccional de tal manera que sirva como repaso y consolidación de los conocimientos adquiridos sobre los polígonos.

2.2.6. Salto y captura

Por su parte Ferrero (1998) en su estudio y análisis de diferentes juegos educativos matemáticos presenta un juego llamada “Salto y captura”, el cual puede ser jugado por alumnos de diferentes edades, aunque de una forma más óptima por los alumnos de último ciclo de educación primaria.

Este juego es jugado de forma individual y consiste en un tablero de 5 x 5 casillas en las cuales se ponen 12 fichas formando un rombo de 3 fichas de lado dejando tanto la casilla central del tablero como las casillas que forman las esquinas del mismo libres.

Una vez puestas las fichas el objetivo del juego es eliminar todas las fichas del tablero hasta que sólo quede una, es más la última ficha debe quedar en la casilla del centro del tablero.

La manera de jugar consiste en que una ficha salta a la contigua a ella si en la siguiente casilla está vacía, ya sea en vertical o en horizontal, si hace esto la ficha saltada se retira del tablero.

Este juego es un claro ejemplo de juego de estrategia en el cual no se presenta ningún concepto matemático, sino que se trabaja el pensamiento lógico de los alumnos favoreciendo su capacidad de buscar estrategias para solucionar el problema.

Otra opción con este juego es darle la vuelta, empezando por el final, poniendo sólo la ficha en la casilla central y a partir de ahí ir haciendo los movimientos de manera inversa hasta llegar a la situación de partida original.

En ambos casos se desarrollan diferentes habilidades y procedimientos estrechamente asociados al área de matemáticas aunque no se incluyan contenidos de la misma.

3. DISEÑO DE UN JUEGO EDUCATIVO EN MATEMÁTICAS

3.1. Planteamiento y desarrollo del juego

El juego educativo matemático diseñado se trata de un juego de mesa, más concretamente de cartas, ideado para trabajar el contenido relativo a ángulos y polígonos. Este juego está pensado para ser llevado a las aulas de tercer ciclo de educación primaria.

Este juego se plantea para intentar dar respuesta a la problemática de por qué hay tantos niños a los que no les gustan las matemáticas, por lo que se busca crear un juego que pueda ser interesante y entretenido para ellos a la vez que desafiante, de tal manera que les sirva para fomentar y mejorar su actitud y motivación hacia las matemáticas

Para jugar es necesario dividir la clase en pequeños grupos de 3 - 4 jugadores o parejas de jugadores, y repartirles una serie de cartas, dejando en la mesa un mazo con más cartas. Dichas cartas no son cartas normales, sino que son cartas hechas con láminas de plástico transparentes y cada una de ellas tiene dibujado un ángulo diferente, además de tener escrito el valor en grados del mismo.

El desarrollo del juego está dividido en dos fases ampliamente diferenciadas. La primera de ellas es la parte correspondiente al planteamiento y ejecución de estrategias y de negociación entre jugadores. Mientras que la segunda parte se podría identificar con las características de un juego de conocimiento ya que consiste en profundizar y consolidar los conocimientos.

La primera fase comienza con el reparto de cartas entre los jugadores y el mazo, y dando a los jugadores las premisas de que deben formar diferentes polígonos con los ángulos presentes en las cartas que tienen, teniendo en cuenta que cada polígono les dará una cantidad de puntos variable en función de su número de lados (o ángulos) y su regularidad

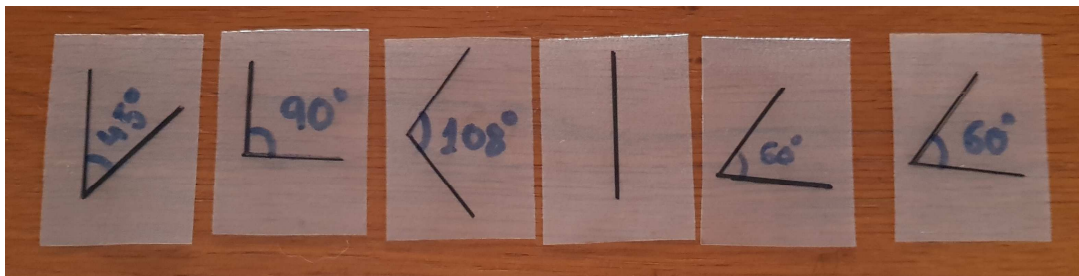


Figura 1. Ejemplo de una posible mano de un prototipo de la baraja del juego planteado

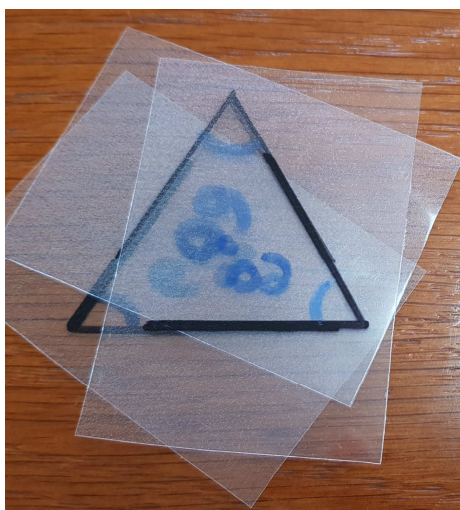


Figura 2. Ejemplo de una posible construcción (triángulo).



Figura 3. Ejemplo de una posible construcción (pentágono).

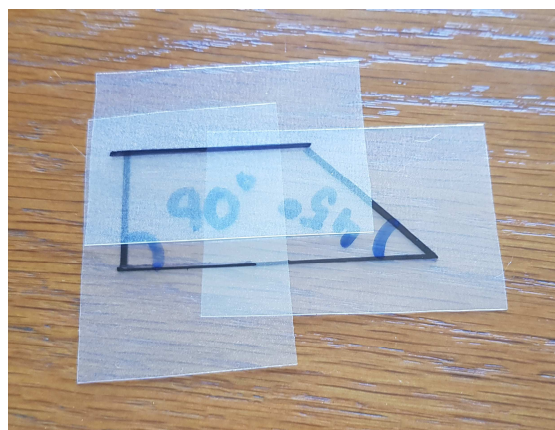


Figura 4. Ejemplo de una posible construcción (cuadrilátero).

Además se les explicará el decálogo de reglas las cuales son:

1ª- El objetivo del juego es formar polígonos con los ángulos que se poseen de tal manera que hacen falta tantas cartas como lados tiene el polígono, es decir para hacer un triángulo hacen falta 3 cartas de ángulos o 5 para hacer un pentágono.

2ª- Cada polígono otorga una cantidad de puntos igual al número de sus lados más un plus de 2 puntos si es regular, es decir un hexágono regular sumaría 8 puntos, mientras que un triángulo isósceles tan solo 3 puntos.

3ª- Durante su turno un jugador puede robar la primera carta del mazo o retar a otro jugador por una carta en específico.

4ª- Cuando un jugador es retado por una carta debe aceptar el reto, siempre y cuando tenga dicha carta, y si pierde el reto deberá entregarla al otro jugador y robar la primera del mazo.

5ª- El reto consiste en tirar un dado, de tal manera que el jugador que saque mayor número gana el reto, y en caso de empate gana el jugador retado.

6ª- Al final de su turno el jugador puede formar tantas figuras como desee y le permitan sus cartas, teniendo en cuenta que cada carta de ángulo sólo puede ser usada en una figura.

7ª- Cuando un jugador forma un polígono debe calcarlo utilizando papel cebolla, y posteriormente introducirá las cartas utilizadas en el mazo y lo barajeará.

8ª- Las cartas de segmentos pueden ser utilizadas para cerrar un polígono, de tal manera que si por ejemplo un jugador tiene 2 ángulos de 90° y un segmento puede formar un cuadrado.

9ª- Todas las cartas de los jugadores deben ser visibles para el resto de jugadores.

10ª- Antes de comenzar la partida se establecerá un tiempo, número de rondas o número de puntos límite para terminar la misma.

Por lo tanto el transcurso de la primera fase seguirá siempre el mismo orden. En primer lugar dividir a los jugadores, repartirles sus cartas y darles las normas por escrito, explicándoselas especialmente la primera vez que jueguen.

Posteriormente empezará el propio desarrollo de la partida, el cual seguirá un número de rondas, previamente pactado por los jugadores y el profesor. En cada ronda irá pasando el turno de los jugadores.

Al comienzo de cada turno el jugador o pareja de jugadores tiene que robar una carta, pudiendo elegir si robar la primera del mazo o retar a otra pareja de jugadores por una carta específica.

Esta decisión forma parte de la planificación de estrategias, ya que en función de sus cartas cada pareja tendrá que planear qué figuras quieren crear y en función de ello calcular cuales van a ser sus pasos. Además tienen que decidir si arriesgarse a robar una carta que desean, sabiendo que pueden perder el reto y quedarse sin nada o si prefieren asegurarse a robar una del mazo aunque no tengan interés en dicha carta.

Este es el motivo por el cual es preferible jugar en parejas que de manera individual, ya que así la toma de decisiones y búsqueda de estrategias se da de manera cooperativa fomentando la comunicación y la interacción.

Una vez acabada la primera fase tiene lugar la segunda fase del juego. Para ello las parejas de jugadores de cada partida dejan de ser rivales y pasan a cooperar para intentar conseguir la mayor cantidad de puntos posible compitiendo contra los otros grupos de la clase.

De tal manera que por ejemplo en una clase de 24 alumno se han formado 4 partidas diferentes en cada una de las cuales hay 3 parejas de jugadores en la primera fase. Posteriormente en la segunda fase los 6 participantes de cada partida formarían un equipo.

Para esta segunda fase se tendrán en cuenta todas las figuras formadas y posteriormente dibujadas por los jugadores, y el juego parará a ser más analítico sobre dichas figuras en lugar de negociación como era en la anterior fase.

Esta nueva fase busca incluir los procesos de razonamiento explicados previamente, en especial los de identificación, clasificación y definición, dejando a un lado el de demostración ya que es más complejo para los alumnos de primaria y tiene menos cabida en este juego.

Así pues durante el comienzo de esta segunda fase cada grupo de jugadores deberá identificar las diferentes figuras que han formado atendiendo a sus diferentes características y propiedades como puede ser el número de sus lados y ángulos, la regularidad de sus lados, la regularidad de sus ángulos, la perpendicularidad o paralelismo de sus lados o cualquier otra propiedad que se les ocurra.

Posteriormente deberán plantear una definición de todas esas figuras intentando ir más allá de la enumeración de características y propiedades, la cual se ha hecho previamente, definiendo también todos los cuerpos del mismo conjunto que la figura definida, es decir si se tiene un pentágono no limitar la definición al mismo sino al propio concepto de pentágono.

Por último, deberán llevar a cabo una tarea de clasificación, para desarrollar dicho proceso de razonamiento. Para ello los jugadores deberán establecer la mayor cantidad posible de clasificaciones entre sus figuras.

Estas clasificaciones podrán atender a las diferentes características que se les ocurran, desde el número de sus lados, al paralelismo de los mismos o a la posición relativa de sus diagonales, por ejemplo.

Haciendo esto conseguirán 1 punto por cada una de las diferentes clasificaciones que establezcan.

De esta manera los alumnos trabajan tanto su pensamiento lógico y su capacidad de idear estrategias y tomar decisiones en la primera fase, como afianzar los conocimientos adquiridos previamente y fomentar el progreso de sus procesos de razonamiento.

3.2. Relación del JEM desarrollado con el currículo aragonés de enseñanza

3.2.1. Competencias clave

Con este juego se fomenta el desarrollo de la competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología (CMCT), ya que el contenido trabajado es perteneciente al área de matemáticas, así como la competencia aprender a aprender (CAA) ya que se desarrollan diferentes actitudes asociadas a las matemáticas y se busca aumentar el interés y la motivación de los alumnos hacia las mismas, y la competencia de iniciativa y espíritu emprendedor (CIEE) de manera que se fomenta la autonomía y toma responsable de decisiones por parte del alumnado.

3.2.2. Objetivos

El objetivo general de este juego es el de afianzar y consolidar los conocimientos sobre polígonos y fomentar las habilidades y actitudes asociadas a las matemáticas.

Por su parte, como objetivos específicos se podrían definir los de crear polígonos a partir de ángulos dados, identificar propiedades y características de diferentes figuras planas, definir los diferentes polígonos y clasificar los polígonos creados.

3.2.3. Contenidos

Atendiendo al currículo aragonés de enseñanza, Consejería de Educación (2016), y los contenidos establecidos por el mismo para el curso de 5º de primaria, se trabajarán los siguientes aspectos.

Respecto al bloque de contenidos 1 “Procesos, métodos y actitudes en matemáticas” se trabaja la planificación de estrategias y procesos para solucionar o dar respuesta a una tarea fomentando la toma de decisiones y la autonomía del alumno.

Referente al bloque 4 de contenidos “Geometría” se trabajarán principalmente la clasificación de cuadriláteros y triángulos atendiendo a sus lados y ángulos, y la identificación de polígonos, así como posición relativa de rectas.

3.2.3. Criterios de evaluación y estándares de aprendizaje

- Crit.MAT.1.2. Utilizar procesos de razonamiento y estrategias de resolución de problemas del entorno inmediato, realizando los cálculos necesarios y comprobando las soluciones
 - Est.MAT.1.2.2. Utiliza estrategias heurísticas y procesos de razonamiento en la resolución de problemas del entorno inmediato, planificando su acción, organizando el trabajo y revisando su correcta ejecución.
- Crit.MAT.1.10. Reflexionar sobre las decisiones tomadas, aprendiendo para situaciones similares futuras, transfiriendo el saber hacer en un contexto a otros, con las peculiaridades de cada uno.
 - Est.MAT.1.10.1. Toma decisiones en los procesos de resolución de problemas del entorno inmediato valorando su conveniencia por su sencillez y utilidad en función de referencias en situaciones y conocimientos previos.
- Crit.MAT.4.1. Utilizar las nociones geométricas de paralelismo, perpendicularidad y simetría para describir y comprender situaciones del entorno inmediato y la vida cotidiana.
 - Est.MAT.4.1.1. Identifica y representa posiciones relativas de rectas y circunferencias en su entorno inmediato, en creaciones personales, imágenes, fotografías, dibujos,...
- Crit.MAT.4.2. Conocer las figuras planas; cuadrado, rectángulo, romboide, triángulo, trapecio y rombo.
 - Est.MAT.4.2.1. Clasifica triángulos y cuadriláteros atendiendo a sus lados y sus ángulos e identificando manipulativamente las relaciones entre sus lados y entre sus ángulos.

- Est.MAT.4.2.2. Utiliza instrumentos de dibujo y aplicaciones informáticas sencillas para la construcción y exploración de formas geométricas de su entorno.
- Crit.MAT.4.4. Utilizar las propiedades de las figuras planas para resolver problemas
 - Est.MAT.4.4.1. Clasifica cuadriláteros atendiendo al paralelismo de sus lados.
 - Est.MAT.4.4.4. Forma figuras planas y cuerpos geométricos a partir la composición o descomposición de otras, describiendo aspectos concretos del resultado (número de lados, ángulos, caras...), comparándolo con objetos de la vida cotidiana.

4. CONCLUSIÓN

El recorrido seguido por este trabajo ha consistido, en primer lugar, en analizar tanto la definición de juego como la de su equivalente educativo, atendiendo además a su potencial en el aula de primaria y a lo que el currículo aragonés de enseñanza dice sobre el mismo.

El siguiente paso ha sido el de destacar el modelo de Van Hiele estudiando sus niveles de razonamiento geométrico, para posteriormente enlazarlos con los procesos de razonamiento.

Después de esto se han enlazado ambas áreas profundizando en el concepto de juego educativo matemático, observando sus características y clasificaciones y analizando diferentes juegos educativos matemáticos.

Por último se ha planteado la creación de un juego educativo matemático propio para ser llevado a las aulas.

Después de dicha sucesión de pasos llevados a cabo es momento de concluir este trabajo reflexionando sobre la utilidad de los juegos educativos en las clases de matemáticas.

A simple vista puede parecer que son todo ventajas, ya que todos los autores expertos en el tema los avalan, y todos los alumnos parecen querer su inclusión en las clases para hacerlas más entretenidas. Pero pese a esto tantas décadas e incluso siglos después de que surgiese la idea de relacionar matemáticas y juego, es algo que no es muy común hoy día.

Esto puede ser debido a la pregunta que siempre ha estado en el aire asociada a esta unión, ¿realmente los juegos educativos sirven a los alumnos para aprender o tan solo son un medio de entretenimiento y disfrute lúdico?

Prestando atención a ciertos autores como Ernest (1986), la respuesta a esta pregunta está más cerca de la opción del disfrute, ya que afirma que la principal utilidad de utilizar juegos en el aprendizaje de las matemáticas es la de aumentar la motivación y el interés de los alumnos hacia las mismas, así como para dinamizar las clases.

Por su parte, Oldfield (1961) menciona también la utilidad de estos para fomentar ciertas actitudes positivas asociadas a la educación así como su potencial para consolidar y potenciar la adquisición de los conocimientos y habilidades adquiridos en las clases de matemáticas.

De una manera aún más amplia, Edo (1998) hace referencia a los diferentes ámbitos pertenecientes a la educación que son beneficiados por el uso de juegos educativos.

Estos ámbitos son tanto la diversión y la mejora de la actitud y el sentimiento de los alumnos hacia las matemáticas, así como la mejora en los conocimientos y habilidades propios de las matemáticas, además de destacar también su importante factor social debido a la interacción entre iguales que en estos juegos se da y a la mejora de las capacidades afectivas y sociales que de esta interacción grupal se desprende.

Para responder a la pregunta anteriormente formulada Butler (1988) incluye en estos campos también la capacidad de resolución de problemas a través del uso del pensamiento y razonamiento lógico. Por otro lado, recurre al estudio de los resultados adquiridos de la investigación y estudio de la utilización de los juegos matemáticos en el aula.

Estos resultados afirman que los alumnos adquieren la misma cantidad de conocimientos y habilidades, o incluso una mayor, pero que además lo hacen en un menor tiempo, aunque de una manera no significativa. Además refleja que estos datos son más incipientes en los alumnos de bajo rendimiento ya que estos ven especialmente aumentada su motivación y el interés que tienen hacia las matemáticas. También destaca el componente afectivo y social y su amplia fomentación a través de los juegos.

Así pues parece lógico pensar que la implementación en el aula de matemáticas de los juegos es más beneficiosa e interpela más factores además de la motivación, ya que sirve a los alumnos para mejorar a niveles conceptuales, procedimentales, sociales y emocionales.

Dicho esto, la pregunta presente en las aulas debería dejar de ser la anteriormente planteada para empezar a ser “¿qué juegos debo llevar al aula y cómo debo hacerlo?”

Es clave plantearse esta pregunta porque pese a reportar grandes beneficios para los alumnos, no se puede abusar del uso de los juegos, sino que dicho uso debe ser cuidadosamente planificado y organizado para cumplir su función de manera óptima.

Esto quiere decir no dejarse llevar por las corrientes a favor de la “gamificación” ni convertir todo el proceso educativo en un juego, sino saber bien en qué momentos se debe incluir juegos en las actividades del aula y sobretodo saber con qué fin, para que de esta manera dichos juegos estén adaptados al contexto y necesidades de los alumnos para así potenciar su proceso de aprendizaje y su crecimiento como personas de la mejor manera posible.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Bishop, A. (1998). El papel de los juegos en educación matemática. *Uno: Revista de Didáctica de las Matemáticas*, (18), 9-19.
- Bishop, A. (1991). Mathematical enculturation: a cultural perspective on mathematics education. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Bright, G., Harvey, J., & Wheeler, M. (1985). Learning and Mathematics Games. *Journal for Research in Mathematics Education*, (1), 1-189.
- Brousseau, G. (1997). *Theory of Didactical Situations in Mathematics: Didactique des Mathématiques*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Butler, T. (1988). Games and simulations: Creative educational alternatives. *TechTrends*, 33(4), 20-23.
- Cockroft, W. H. (1985). *Las Matemáticas sí cuentan: Informe Cockroft*. Madrid: Centro de Publicaciones. Ministerio de Educación y Ciencia.
- Consejería de Educación (2016). Orden ECD/850/2016, de 29 de julio que modifica la orden de 16 de junio de 2014, por la que se aprueba el currículo de la educación primaria y se autoriza su aplicación en los centros docentes de la comunidad autónoma de Aragón. (BOA de 20 de junio de 2016).
- Corbalán, F. y Deulofeu, J. (1996). Juegos manipulativos en la enseñanza de las matemáticas. *Uno: Revista de Didáctica de las Matemáticas*, (7), 71-80.
- De Villiers, D. M. (1987). *Research evidence on hierarchical thinking, teaching strategies and the van Hiele theory: Some critical comments*. Stellenbosch: RUMEUS.
- Edo, M. (1998). Juegos y matemáticas. Una experiencia en el ciclo inicial de primaria. *Uno: Revista de Didáctica de las Matemáticas*, (18), 21-37.
- Edo, M., Baeza, M., Deulofeu, J. y Badillo, E. (2008). Estudio del paralelismo entre las fases de resolución de un juego y las fases de resolución de un problema. *Unión: Revista iberoamericana de educación matemática*, (14), 61-75.
- Ernest, P. (1986). Games. A rationale for their use in the teaching of mathematics in school. *Mathematics in School*, 15(1), 2-5.
- Ferrero, L. (1998). ¡Hagan juego! Juegos matemáticos para la educación primaria. *Uno: Revista de Didáctica de las Matemáticas*, (18), 39-46.
- Fetcher, J.L. (1971). The effectiveness of simulation game as learning environments. *Simulation and Games*, (2), 425-454.

- Gadner, M. (1979). *Circo matemático*. Madrid: Alianza Editorial.
- Gairín, J. M. (1990). Efectos de la utilización de juegos educativos en la enseñanza de las matemáticas. *Educación*, (17), 105-118.
- González, A. G., Molina, J. G. y Sánchez, M. (2014). La matemática nunca deja de ser un juego: investigaciones sobre los efectos del uso de juegos en la enseñanza de las matemáticas. *Educación matemática*, 26(3), 109-133.
- Gutiérrez, A. y Jaime, A. (1998). On the Assessment of the Van Hiele Levels of Reasoning. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 20(2-3), 27-46.
- Hoffer, A. (1981). Geometry is more than proof. *The Mathematics Teacher*, 74(1), 11-18.
- Huizinga, J. (1949). *Homo Ludens*. Londres: Routledge and Kegan Paul.
- Inbar, M., Stoll, C.S. (1970). Games and learning. *Interchange*, (1), 53-61.
- Jaime, A. (1998). ¿Por qué los estudiantes no comprenden la geometría?. En Gutierrez, A. y Jaime, A., *Geometría y algunos aspectos generales de la educación matemática* (23-43). Bogotá: Una empresa docente.
- Jayne, C. F. (1962). *String figures and how to make them*. New York: Dover.
- Krejčová, E., Volfová, M. (1994). *Didaktické hry v matematice*. Hradec Králové: Gaudeamus.
- Lalande, A. (1972). *Vocabulaire technique et critique de la philosophie*. París: Presses Universitaires de France.
- Muñiz-Rodríguez, L., Alonso, P. y Rodríguez-Muñiz, L. J. (2014). El uso de los juegos como recurso didáctico para la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas: estudio de una experiencia innovadora. *Unión: Revista iberoamericana de educación matemática*, (39), 19-33.
- Oldfield, B. (1991). Games in the learning of mathematics part 1: a classification. *Mathematics in School*, 20(1), 41-43.
- Roth, W. E. (1902). Games, sports and amusements. *North Queensland ethnographic bulletin*, (4), 7-24.
- Van Hiele, P. M. (1986). *Structure and insight. A theory of mathematics education*. London: Academic Press.
- Vankus, P. (2005). History and present of didactical games as a method of mathematics' teaching. *Acta Didactica Universitatis Comenianae: Mathematics*, 5, 53-68.